

Математическая модель межпланетной логистики

Мисс Кристина Тейлор

лаборант-исследователь, аэронавтика и астронавтика
Массачусетский технологический институт, США
c_taylor@mit.edu

Мисс Мяо (Мэй) Сонг

лаборант-исследователь, гражданское строительство и экологическая инженерия
Массачусетский технологический институт, США
msong@mit.edu

Проф. Диего Клабиан

профессор по гражданскому строительству и экологической инженерии
Университет Иллинойса в Урбана-Шампейне, США
klabjan@uiuc.edu

Проф. Оливер де Век

профессор аэронавтики и астронавтики и технических систем
Массачусетский технологический институт, США
deweck@mit.edu

Проф. Дэвид Симчи-Леви

профессор по гражданскому строительству и техническим системам
Массачусетский технологический институт
dslevi@mit.edu

Аннотация

Целью этой статьи является демонстрация методологии разработки и оценки операционного планирования межпланетных экспедиций. Основной вопрос, возникающий при планировании исследовательских космических программ, заключается в разработке наилучшей логистической схемы поддержки исследований. Метод выбора архитектуры был разработан на основе средств моделирования наземных логистических схем, расширенных, чтобы удовлетворить динамике и требованиям космических перевозок. Модель, представленная в настоящей работе, способна провести анализ вероятных сценариев длительных полётов с целью найти интересные схемы построения полётов, пригодные для космической логистики. Эта модель может использоваться для оценки различных схем снабжения, таких как возможная схема формирования поставок по запросу, что может помочь в предварительном распределении грузов. В качестве примера и для проверки корректности модель проверялась на программе типа «Аполлонов».

1 Введение

14 января 2004 года президент Буш объявил о новой исследовательской инициативе, направленной на достижение продолжительного присутствия человека в космическом пространстве. В этой директиве предусматривается возвращение человечества на Луну к 2020 году и последующее изучение Марса людьми. Президент поручил НАСА разработать долговременную космическую транспортную систему, которая позволила бы проводить длительные исследования Луны, Марса и «так далее» [1].

Проблема пилотируемых полётов к Луне, Марсу и «так далее» состоит в постоянном присутствии людей и проведении различных работ как во время перелёта, так и при достижении цели. В случае долговременных полётов количество ресурсов (приборов, расходных материалов), доставляемых на низкую околоземную орбиту становится весьма значимым с точки зрения массы, что ведёт к увеличению стоимости космической программы. Чтобы разработать архитектуру долговременной космической транспортной системы, следует обратить пристальное внимание на межпланетную логистическую цепочку.

Задачей логистической цепочки является точный расчёт и оптимизация поставок запасов с Земли космическим потребителям. Хотя сами по себе расходные материалы на Земле могут стоить недорого, ценность их с точки зрения выполнения программы полёта может быть очень велика и непосредственно влиять на успех мероприятия. Поэтому хотелось бы найти недорогой надёжный способ доставки грузов к месту назначения.

Со временем космические исследования будут расширяться, что приведёт к росту числа космических адресатов. При создании жизнеспособной архитектуры необходимо распознавать взаимозависимости между миссиями и влияние, которые эти взаимосвязи могут оказать на логистическое планирование. Рассматривая весь набор космических программ совместно в качестве космической сети и оптимизируя операции транспортной системы, обеспечивающей исследования, можно добиться снижения стоимости, что позволит создать жизнеспособную архитектуру [логистической] системы.

Написано немало литературы по проектированию транспортных систем на Земле. Например, в работе Симчи-Леви и др. (2005) [2] рассматривается и решается задача прокладки маршрута школьного автобуса. Эта проблема имеет ограниченное число допустимых решений, включая временное окно, ограничивающее время на посадку и перевозку пассажиров, что добавляет сложность масштабной задачи. В работе Янга и Корнфельда (2003) [3] рассматривается проблема проектирования сети [маршрутов] малых летательных аппаратов, чтобы понять, как архитектура сети и выбор аппаратов сказываются на стоимости системы. Оптимальное распределение летательных аппаратов по маршрутам может быть получено, если рассматривать три класса машин: малые, средние и большие.

Многие из инструментов и методов, созданных для наземной логистики, могут быть расширены для применения в космических сетях. В частности, развёрнутые во времени сети дают метод моделирования транспортных систем, действующих на протяжении длительного времени. При использовании этого способа моделирования понятие физической сети расширяется и время включается непосредственно в определение сети [6]. Как показали Чан и др. (2002) [4], развёрнутые во времени сети уже применялись для планирования маршрутов доставки компаниями, чтобы уменьшить количество автомобилей, доставляющих грузы потребителям.

Разработка межпланетной логистической цепи требует объединения двух традиционно разделённых сфер: авиакосмической техники и исследования операций. Чтобы создать эффективные средства связи между этими сообществами, была разработана и описанная в разделе II настоящей статьи специальная терминология. В частности, детализированы такие понятия как ценности (грузы), элементы (физические перевозчики ценностей) и двигательные установки, используемые для перевозки грузов. Более того, даны определения сети и развёрнутой во времени сети, поскольку для космической логистической задачи используется язык описания, применяемый в наземных системах. Раздел III описывает разбиение задачи межпланетной логистики на компоненты. В разделе IV представлены формулировка и ограничения задачи. В V разделе

обсуждаются разработанные для решения этой задачи методы оптимизации. В VI разделе формулировка задачи и методология её решения рассматриваются на примере программ типа «Аполлон», чтобы показать, как эта задача решается и доказать корректность представленной методологии. В разделе VII даётся обзор всего нового, что представлено в статье, и описываются планы работ в этом направлении.

2 Определение проблемы (постановка задачи)

Цель решения задачи межпланетной логистики — разработать жизнеспособную схему (архитектуру) космического полёта, чтобы удовлетворить требованиям, предъявляемым исследовательскими программами. Основная концепция задачи межпланетной логистики заключается в том, что потребности экипажа, расходные материалы, оборудование и прочее, что нужно для проведения исследований где-то в космосе, тянут за собой соответствующие требования ко всей миссии. Поэтому первое, что требуется для решения задачи межпланетной логистики — дать определение этим ресурсам. Например, если исследования направлены на изучение какого-то конкретного пространства, требования могут состоять в доставке ресурсов, достаточных как для обеспечения жизнедеятельности экипажа, так и для поддержания исследовательской активности.

Разобравшись с требованиями космической программы, необходимо понять, каким образом и в какие сроки соответствующие ресурсы будут доставлены с Земли по заданному адресу в космосе. Поскольку программы полётов становятся всё более сложными и протяжёнными во времени, то решение может быть совсем не очевидным. И если целью является снижение стоимости исследований, желательно оптимизировать время и способы доставки грузов к месту назначения. Поэтому следует определить все маршруты и структуры, используемые для транспортировки, и дать оптимизатору возможность проанализировать различные схемы и выбрать наилучшую из них.

Имея такую информацию, задача межпланетной логистики может создать

недорогие схемы полётов, которые удовлетворяли бы исследовательским потребностям. Сгенерированное решение будет подробно описывать планирование и распределение грузов по космическим кораблям и требования к графику стартов. Ещё важнее, однако, что результат решения этой задачи можно использовать для распределения ресурсов по запросу, возможностей конкретного адресата — как на поверхности, так и космического — в размещении грузов, преимуществ многократного использования имеющихся в месте назначения ресурсов в различных программах или даже чувствительности космической программы к изменениям параметров транспортного средства.

Первым шагом в разработке модели межпланетной логистики будет определение подробной номенклатуры, описывающей компоненты задачи. В основании задачи лежат три компонента: ценности (грузы или ресурсы), которые требуется доставить, чтобы удовлетворить требования миссии; элементы или физические структуры, используемые для хранения и транспортировки ценностей; и сети или маршруты, по которым перемещаются элементы и ценности. В следующих подразделах рассматриваются параметры каждого из этих компонентов.

2.1 Ценности (груз, экипаж и т.п.)

Целью проекта межпланетной логистики является поиск способа удовлетворить потребности исследовательской экспедиции. По сути, мы ищем оптимальные способы транспортировки ценностей различных типов. В интересах логистики определим ценность как обозначение на высоком уровне укладки разных типов ресурсов, вроде продовольствия для экипажа. Так, определим множество $k=1, \dots, K$ ценностей, каждая из которых имеет следующие параметры:

- потребность в каждой ценности d^k ;
- место происхождения каждой ценности so^k ;
- место назначения каждой ценности sd^k ;
- интервал времени готовности каждой ценности $to^k = [sto^k, eto^k]$, где sto^k — начало временного интервала, eto^k — конец временного интервала;

- интервал времени доставки каждой ценности $td^k = [std^k, etd^k]$, где std^k — начало временного интервала, etd^k — конец временного интервала
- единица массы ценности по прибытии в место назначения m^k ;
- единица объёма ценности по прибытии в место назначения v^k ;
- число последовательностей ожидания nw^k .

Определяя последовательность ожидания как часть описания ценности (груза, экипажа и т.п.), можно построить множество переходов ожидания на маршруте, что позволит определить точки назначения на маршруте. Для каждой последовательности переходов ожидания l , где $0 \leq l \leq nw^k$ должны быть заданы следующие параметры:

- Статический узел последовательности ожидания sw_l^k ;
- Требуемое время ожидания pw_l^k ;
- Интервал ожидания для каждой очереди ожидания $tw_l^k = [stw_l^k, etw_l^k]$, где stw_l^k — начальное время интервала ожидания l груза k , etw_l^k — конечное время интервала ожидания l груза k , и $etw_l^k - stw_l^k \geq pw_l^k$.

Необходимо отметить, что в данной модели экипаж трактуется как груз. На практике пилотируемые экспедиции рассматриваются по-разному на соответствующих этапах планирования, но с точки зрения проектирования архитектуры допустимо рассматривать экипаж как груз с жёсткими ограничениями по условиям внешней среды. При сужении окон возможности [перевозки вообще] и доставки для ценности типа «экипаж», количество маршрутов транспортировки ограничено и может быть разработана подходящая архитектура пилотируемых полётов.

2.2 Элементы

Для доставки грузов из точки А в точку Б нам требуются «контейнеры», выполняющие не только роль упаковки, но и обеспечивающие перемещение массы в космическом пространстве. Абстрагироваться от этих компонентов можно, определив их как элементы. Элементы — физические, неделимые блоки, осуществляющие транспортировку ценностей из начальной точки в конечную.

Элементы классифицируются по объёму транспортируемых ценностей и запасам топлива. Их можно разделить на два класса: неактивные элементы \mathcal{M}_N и реактивные элементы \mathcal{M}_P со следующими параметрами (рисунок 1):

- максимальная масса рабочего тела в реактивном элементе m , $m \in \mathcal{M}_P$, обозначается через mf^m ;
- удельный импульс элемента m обозначается как I_{sp}^m ;
- масса конструкции элемента ms^m ;
- ёмкость элемента по массе CM^m ;
- ёмкость элемента по объёму CV^m ;
- стоимость элемента $Cost^m$.

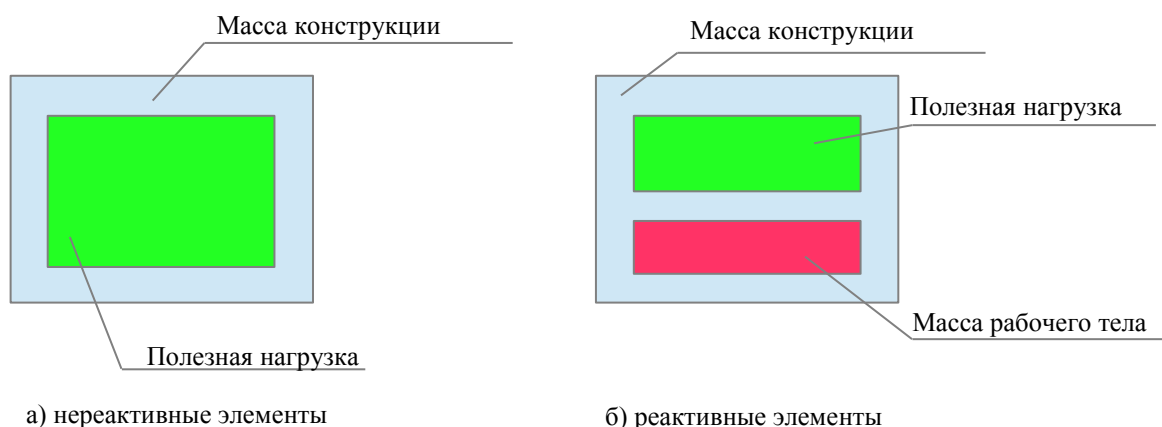


Рисунок 1 — Представление элементов

2.3 Сети

Транспортировка элементов и ценностей из одной точки в другую осуществляется по траекториям, которые надо рассчитать. Задачей модели межпланетной логистики, представленной в статье, является анализ множества доступных маршрутов с целью определить наилучшую логистическую схему. Для моделирования различных доступных траекторий создана модель, демонстрирующая возможности доставки грузов к их месту назначения. Последующие подразделы детально описывают разработку космической сети, использованной для создания представленной в настоящей статье модели.

2.3.1 Статическая (неизменная, постоянная...) сеть

Физическая — или статическая (постоянная, неподвижная, неизменная) — сеть представляет собой множество физических локаций (узлов) и связей (переходов) между ними. Физические — или статические — узлы представляют физически существующие места космического пространства, включая пункты отправки и назначения грузов, а также перевалочные пункты. Существует три вида узлов: принадлежащие естественным телам, орбитальные узлы и узлы в точках Лагранжа. Эти классы различаются типом информации, требующейся для описания узлов того или иного типа. Физические (статические, постоянные) переходы описывают физически существующие связи, соединяющие два узла, так что элемент может физически перемещаться между двумя узлами. Мы определяем связь (si, sj) как статическую, представляющую маршрут, по которому можно физически перемещаться между статическими узлами si и sj .

Ниже дано математическое описание статической сети.

- Статическая сеть определяется как граф GS , где $GS=(NS, AS)$.
- Множество узлов статической сети определим как $NS=\{s1, \dots, sn\}$.
- Множество связей в статической сети определяется как $AS \subseteq NS \times NS$.

В качестве примера на рисунке 2 показана статическая сеть Земля-Луна. На рисунке представлены связи земной поверхности с орбитой, представляющие запуски и возвращения КА. Точно также узлы на лунной поверхности связаны с орбитальными узлами связями, представляющими восходящие (взлётные) и нисходящие (посадочные) траектории. Также орбитальные узлы, как и первая точка Лагранжа в системе Земля-Луна, связаны космическими траекториями.

2.3.2 Развёрнутая во времени сеть

Чтобы проанализировать этапы космических программ, продолжающихся длительное время, а также чтобы учесть изменяющиеся во времени свойства, могущие проявиться в некоторых астродинамических отношениях, мы решили выбрать в качестве моделирующего инструмента сеть, развёрнутую во времени. В

развёрнутой во времени сети абсолютный временной интервал рассматривается как состоящий из T временных интервалов продолжительностью Δt . Для каждого момента времени каждый статический узел копируется и узлы соединяются переходами по следующим правилам.

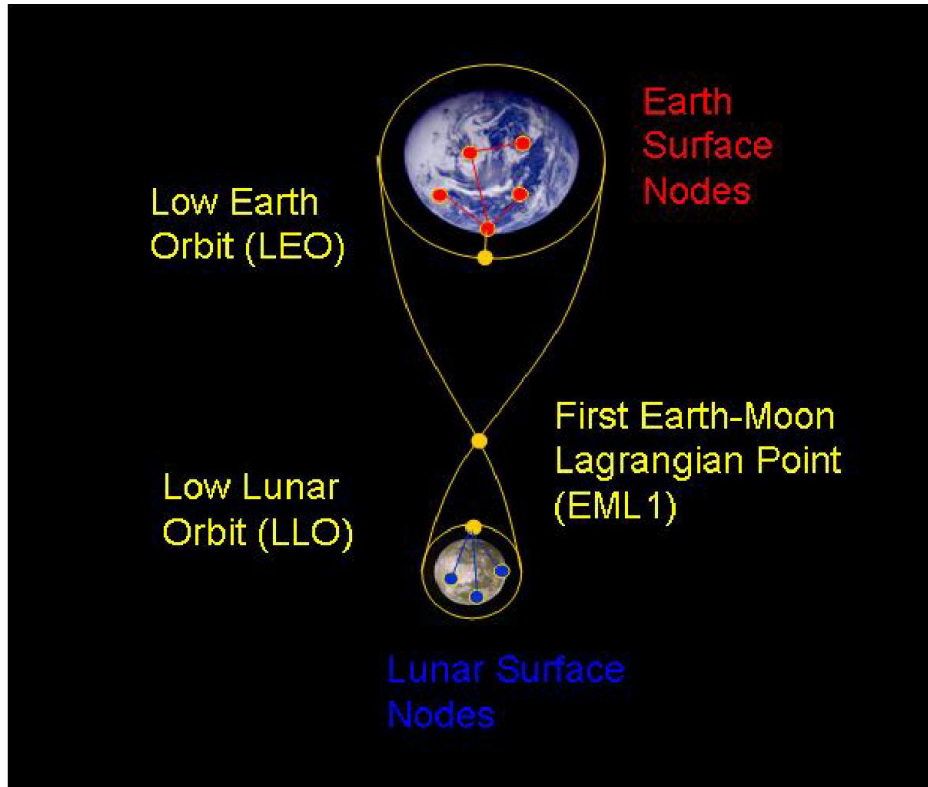


Рисунок 2 — Схема статической сети Земля-Луна

- Связь должна существовать в статической сети.
- Связь должна создавать переход, протяжённый во времени.
- Связь должна представлять физически существующий маршрут, соответствующий требованиям орбитальной динамики.

Ниже дано математическое описание развёрнутой во времени сети.

- Определим развёрнутую во времени сеть как граф \mathcal{G} , где $\mathcal{G}=(\mathcal{N},\mathcal{A})$.
- Определим множество узлов $\mathcal{N}=\{i=(si,t) \mid si \in NS, t=1,\dots,T\}$. Чтобы упростить форму записи, для узла $i \in \mathcal{N}$ обозначим через $s(i)$ и $t(i)$ физический узел и период времени для узла i ; то есть, если $i=(si,t)$, то $s(i)=si$ и $t(i)=t$.
- Обозначим узел s в качестве общего узла — источника ресурсов для элементов. Он имеет связи со всеми узлами сети, где могут появиться элементы.

- Определим множество связей в развёрнутой во времени сети как $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{N} \times \mathcal{N}$. Связь $a=(i,j)=((si,t),(sj,t+T_{si,sj}^t))$ существует тогда и только тогда, когда в статической сети существует связь (si,sj) и время перехода $T_{si,sj}^t$ из узла si в узел sj отсчитывается с момента t . Отметим, что если $si=sj$, то $T_{si,sj}^t=1$ для всех t .
- Определим путь p как последовательность узлов. В частности, пусть $f(p)$ и $l(p)$ обозначают первый и последний узлы пути p . Если p начинается в s , то $f(p)=s$ для всех таких путей.

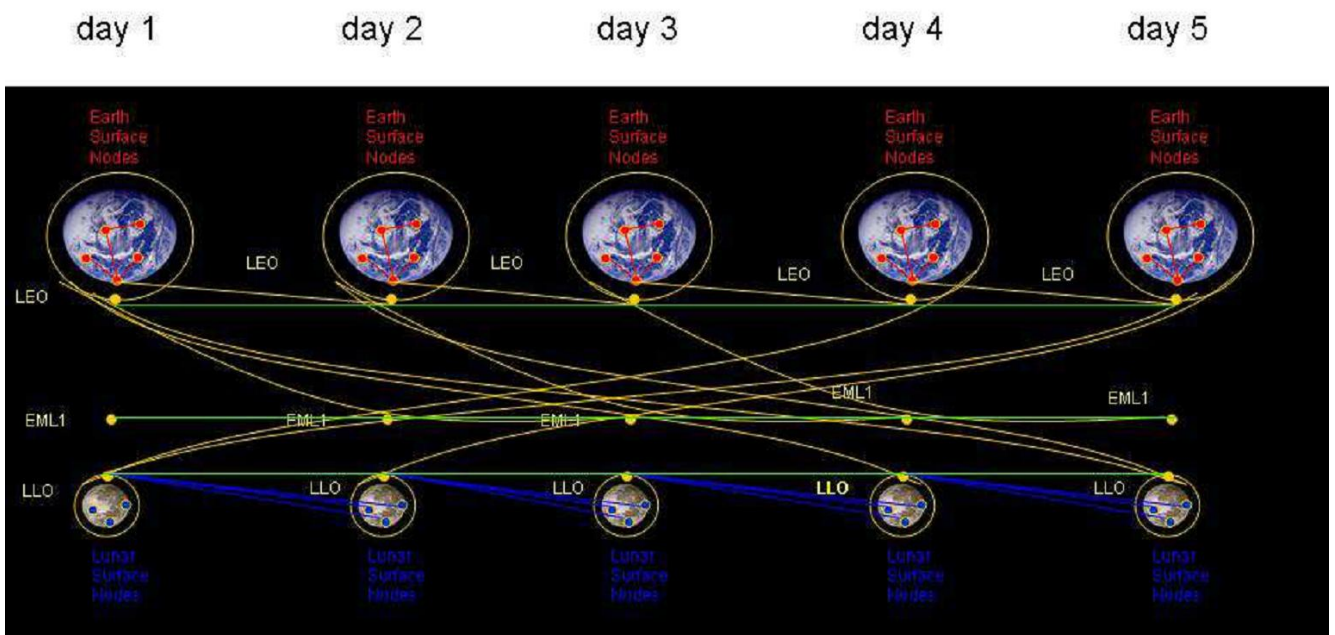


Рисунок 3 — Развёрнутая во времени сеть Земля-Луна

Используя статическую сеть, изображённую на рисунке 2, мы можем создать развёрнутую во времени сеть Земля-Луна (рисунок 3). Сеть показана в общем виде, поскольку не все связи реализованы, но развитие траекторий во времени наблюдается.

Учитывая тот факт, что на некоторых траекториях бывает два импульса, мы слегка модифицировали сеть. Во-первых, мы ввели фиктивный статический узел fic . Заметим, что этот статический узел не связан со статической сетью. На каждом переходе (i,j) , где $s(i) \neq s(j)$ и требующем двух импульсов, мы добавляем вспомогательный узел $k=(fic,t)$ с двумя дугами: одна соединяет узлы i и k , а другая — k и j . Величина t значения не имеет. В получившейся сети каждому переходу

(i,j) , $s(i) \neq s(j)$ соответствует один импульс. Все такие переходы называются *активными переходами (burn arcs)*, а их множество обозначается через \mathcal{A}_B .

Массовая доля рабочего тела, показывающая отношение массы РТ к начальной массе элемента m , требующаяся для выполнения импульса на переходе $a \in \mathcal{A}_B$, определяется как:

$$\phi_a^m = 1 - \exp\left(\frac{-\Delta V_a}{I_{sp}^m g_0}\right),$$

и выводится из уравнения движения ракеты [5].

3 Декомпозиция задачи

В ходе космической экспедиции приходится принимать логистические решения постоянно. Логистика необходима, чтобы подготовить все грузы, необходимые для выполнения миссии, чтобы доставить и собрать на стартовой площадке необходимые элементы. Однако когда к моменту старта всё необходимое для экспедиции собрано на стартовом столе, наземная логистика может быть исключена из модели межпланетной логистики. Из этого следует, что межпланетная логистика охватывает период полёта от момента отрыва от стартового стола до прибытия в космический пункт назначения.

В ходе выполнения программы полёта принимается много решений, которые можно промоделировать и оптимизировать, чтобы улучшить описание программы. Хотя с точки зрения системного подхода такие решения лучше было бы принимать одновременно, с вычислительной точки зрения это не очень разумно. Вместо этого модель межпланетной логистики разбивается на три базовых компонента: планирование и подготовка старта **как процесса?**, подготовка элементов, оптимизация космической сети.

Старт — напряжённый с точки зрения ограничений режим, при котором в дополнение к традиционным вопросам планирования и погрузки требуется наложить много дополнительных ограничений, чтобы получить удовлетворительную модель режима. По этой причине режим старта

распространяется до низкой околоземной орбиты, являющейся границей между задачами планирования старта и оптимизации космической сети. Это допущение считается единственным слабо ограничивающим, поскольку для схемы многих программ полётов предусматривают проведение некоторого времени на низкой орбите перед отправкой к цели в [дальнем] космосе. Подготовка к пуску фокусируется на выборе соответствующих элементов для обеспечения запуска, удовлетворения требований в части полезной нагрузки и требованиях к планированию для запускаемых аппаратов и стартовых площадок.

Подготовка элементов завершается, когда все маршруты ценностей и элементов определены. Ценности ассоциируются с элементами с учётом маршрутов, полученных при оптимизации космической транспортной сети. В этом разделе ограничения направлены на установку допустимых связей при минимальном числе погрузки-разгрузки (?).

Оптимизация космической сети рассматривает весь план программы полёта от низкой околоземной орбиты до места назначения в космосе. Из-за масштабов, которые создаёт развёрнутая во времени сеть, эта проблема может стать очень большой, с миллионами переменных и тысячами граничных условий. Пространство решений оптимизации космической сети основное внимание уделяет на связям ценностей и элементов с маршрутами и на ассоциировании элементов с импульсами. Оставшаяся часть статьи посвящена рассмотрению переменных и граничных условий, требующихся для определения модели космической сети.

4 Формулировки (определения)

Сформулировав понятия сети, ценностей и элементов, продолжим рассмотрение модели космической оптимизации. Модель разрабатывалась в три этапа. Во-первых, были определены потоки грузов и ограничения, формирующие эти потоки. Далее были промоделированы потоки элементов с соответствующими граничными условиями. Наконец, были заданы ограничения на ёмкость и грузоподъёмность, характеризующие отношения между грузами (ценностями) и

элементами.

4.1 Допущения

Прежде чем описывать модель оптимизации космической сети, следует сформулировать допущения, используемые при моделировании. Для создания вычислительной модели были приняты следующие допущения о поведении элементов.

Последовательные импульсы. Если элемент может выдать реактивный импульс, он называется активным элементом. Импульсы, выдаваемые активными элементами, могут быть только последовательными. Однажды став активным, элемент остаётся таковым на протяжении некоторого количества импульсов. Как только элемент стал пассивным, он более не может вновь стать активным. Между двумя последовательными импульсами элемент может находиться в режиме ожидания заданное время, перемещаясь по переходу ожидания в развёрнутой во времени сети. Количество последовательных импульсов не ограничено.

Расход рабочего тела (РТ). Предполагается, что перед каждым первым импульсом активный элемент заправлен «под завязку», а после того, как импульсы выполнены, остаток РТ сливается.

Стыковка и расстыковка. Предполагается, что любые два элемента могут быть состыкованы и расстыкованы. Кроме того, если с этими операциями связаны стоимостные коэффициенты, они не учитываются явным образом. Если какие-то элементы не могут быть состыкованы вместе, это должно быть учтено в послеоптимизационном анализе.

Первые два допущения снимают необходимость отслеживать расход РТ каждого элемента в сети. Последнее допущение снимает требование на отслеживание положения каждого элемента в стеке (очереди? Среди прочих?), при том, что стек может постоянно изменять конфигурацию.

4.2 Потоки грузов (ценностей)

4.2.1 Допустимость маршрутов перемещения грузов

Чтобы проследить путь каждого груза по сети, необходимо определить маршрут, проходящий из начального узла к узлу места назначения, по прибытии в который груз удовлетворит потребность в нём. Если мы обозначим маршрут через p , тогда для каждого груза k можно задать множество допустимых маршрутов \mathcal{P}^k . Для заданного груза k маршрут p является допустимым только тогда, когда он начинается в узле $i=(so^k, t)$, $t \in to^k$, заканчивается в узле $j=(sd^k, t')$, $t' \in td^k$ и проходит через узлы от $w=(sw_l^k, ts_l^k)$ до $w=(sw_l^k, te_l^k)$, где $ts_l^k \in tw_l^k$, $te_l^k \in tw_l^k$ и $te_l^k - ts_l^k = pw_l^k$ для каждого $l \in [0, nw^k]$.

4.2.2 Переменные и ограничения грузопотоков

Нам необходимо определить, сколько единиц груза k транспортируются по маршруту p для любых k и $p \in \mathcal{P}^k$. То есть для каждого k и $p \in \mathcal{P}^k$ мы имеем целевую переменную (decision variable) $x_p^k \geq 0$ такую, что

x_p^k = количеству единиц груза k на маршруте p .

Чтобы удовлетворить потребность d^k в заданном грузе x_p^k , должно выполняться условие

$$\sum_{p \in \mathcal{P}^k} x_p^k = d^k \text{ для каждого груза } k. \quad (1)$$

4.3 Потоки элементов

4.3.1 Переменные потока элементов

В соответствии с определением из раздела III, элементы могут быть классифицированы как неактивные и активные по факту наличия у элементов РТ. Такое разделение возможно благодаря наличию двух множеств переменных,

привязанных к элементам. Для любого неактивного элемента $m \in \mathcal{M}_N$ определим целевую переменную (decision variable) y_p^m такую, что:

$$y_p^m = \begin{cases} 1, & \text{если неактивный элемент } m \text{ следует по маршруту } p, \\ 0, & \text{если иначе} \end{cases}$$

для каждого допустимого маршрута p в развёрнутой во времени сети. Для любого реактивного элемента $m \in \mathcal{M}_P$ определим целевую переменную $z_{p,q}^m$ такую, что:

$$z_{p,q}^m = \begin{cases} 1, & \text{если реактивный элемент } m \text{ следует по маршруту } p \text{ и активен на части пути } q, \\ 0, & \text{если иначе,} \end{cases}$$

где p – любой допустимый маршрут в развёрнутой во времени сети и q – часть пути p . Заметим, что $\sum_q z_{p,q}^m = 1$ тогда и только тогда, когда элемент $m \in \mathcal{M}_P$ перемещается по маршруту p .

Для каждого пути p элемент m может быть активен по крайней мере на одном участке q маршрута. Заметим, что некоторые переходы $a \in \mathcal{A}_B$ могут быть включены в активные участки q маршрута, коль скоро элемент может быть активным на активном переходе и затем двигаться по инерции по переходу ожидания до следующего включения двигателей. Наконец, возможна ситуация, когда реактивный элемент рассматривается как неактивный. В этом случае q пусто.

4.3.2 Ограничения потока элементов

Граничные условия, налагаемые на потоки элементов, определяют возможности выбора элементов. Перечисленные ниже граничные условия влияют как на реактивные, так и на неактивные элементы.

- Неактивные элементы могут перемещаться только по одному маршруту.

$$\sum_p y_p^m \leq 1, \quad m \in \mathcal{M}_N. \quad (2)$$

- Для активных элементов мы предполагаем, что хотя бы один элемент выдаст импульс на любом из активных участков.

$$m \in M_p \quad p \quad q: a \in q \quad z_{p,q}^m \leq 1, \quad a \in \mathcal{A}_B. \quad (3)$$

- Нереактивный элемент $m \in \mathcal{M}_N$ может перемещаться по переходу a только тогда, когда на этом же переходе находится активный элемент.

$$p: a \in p \quad y_p^m \leq \quad m' \in M_p \quad p \quad q: a \in q \quad z_{p,q}^{m'}, \quad a \in \mathcal{A}_B, \quad m \in \mathcal{M}_N. \quad (4)$$

- Реактивный элемент $m \in \mathcal{M}_p$ может перемещаться по переходу a только тогда, когда на этом же переходе находится активный элемент.

$$p: a \in p \quad q \quad z_{p,q}^m \leq \quad m' \in M_p \quad p \quad q: a \in q \quad z_{p,q}^{m'}, \quad a \in \mathcal{A}_B, \quad m \in \mathcal{M}_p. \quad (5)$$

4.4 Ёмкость

Во время космического полёта все ценности должны перевозиться элементами. Раз так, то мы должны соотнести массогабаритные свойства ценностей, имеющих на маршруте, с общей ёмкостью маршрута. Общая пропускная способность маршрута по массе определяется как сумма произведений всех элементов с их грузоподъёмностями. Поскольку реактивные и нереактивные элементы определяются по-разному, необходимо вести подсчёт элементов каждого типа отдельно. Общая масса ценностей на маршруте подсчитывается как сумма всех произведений количества ценностей на их массы. Точно также требуется определить граничные условия по объёму. Граничные условия по массе и объёму описываются уравнениями (6) и (7) соответственно.

$$k \quad p: a \in p \quad m^k \chi_p^k \leq \quad m \in M_p \quad p: a \in p \quad q \quad C M^m z_{p,q}^m + \quad m \in M_N \quad p: a \in p \quad C M^m y_p^m \quad \forall a \quad (6)$$

$$k \quad p: a \in p \quad v^k \chi_p^k \leq \quad m \in M_p \quad p: a \in p \quad q \quad C V^m z_{p,q}^m + \quad m \in M_N \quad p: a \in p \quad C V^m y_p^m \quad \forall a \quad (7)$$

4.5 Возможности

Граничные условия на возможности накладываются, если заданный элемент имеет достаточно РТ, чтобы выдать требуемый импульс при заданной суммарной

массе. Ограничения требуют, чтобы суммарная масса РТ активного элемента, выдающего импульс на участке q маршрута была достаточна для транспортирования суммарной **кумулятивной** массы по каждому переходу в q .
Пусть q – arbitrary последовательность возможных импульсов...

5 Методология решения

Модель, представленная в предыдущем разделе, является комплексной, и, чтобы получить хорошее решение, требует применения изощрённых алгоритмов. Ввиду большого числа переменных и граничных условий, а также общей сложности модели, применяются эвристические методы оптимизации. И хотя эвристические методы не гарантируют получения оптимального решения, они часто дают быстрые хорошие решения.

Понимая структуру проблемы и возможные решения, можно адаптировать эвристические алгоритмы оптимизации к частной проблеме для повышения вычислительной эффективности и качества решений. При оптимизации космической сети предусматривается комплекс эвристических алгоритмов для получения законченного решения по маршрутизации и распределению грузов. В этом разделе представлены обзор эвристической оптимизации и, далее, подробное описание каждого компонента.

5.1 Обзор эвристической оптимизации

Оптимизация внутри космической сети основана на трёх компонентах: маршрутизации ценностей, маршрутизации элементов и привязке [элементов] к активным переходам. Сначала рассмотрим маршрутизацию ценностей, поскольку вся архитектура определяется именно требованиями к доставке грузов. Затем, имея маршруты ценностей в сети, привяжем к этим маршрутам элементы таким

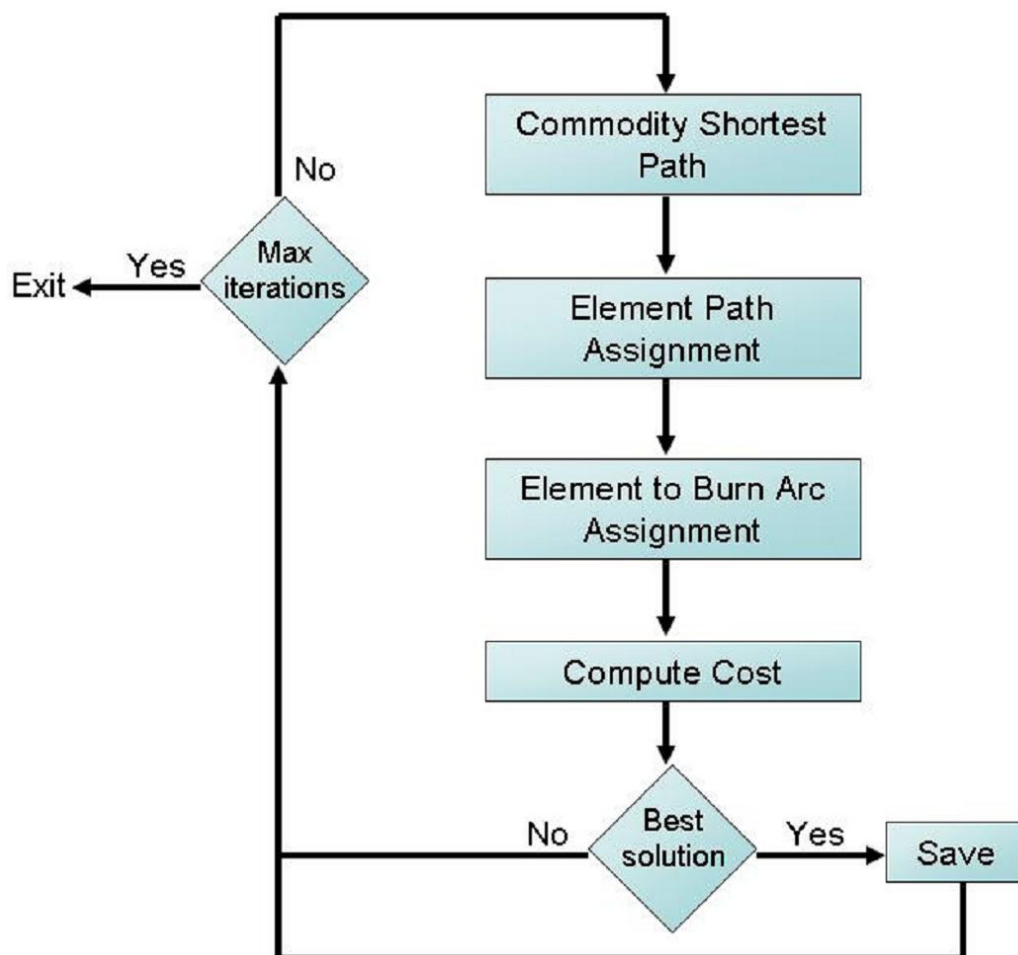


Рисунок 4 – Блок-схема эвристической оптимизации

образом, чтобы уложиться в ограничения по ёмкости. И наконец, учитывая, что массы ценностей и элементов известны для каждого перехода, определим распределение реактивных элементов. В некоторых точках алгоритма используется генератор случайных чисел для получения результатов, и эта процедура повторяется несколько раз для получения нескольких результатов. На рисунке 4 представлена блок-схема алгоритма оптимизации.

На каждой итерации оптимизирующая эвристика последовательно определяет допустимое множество маршрутов ценностей, элементов и импульсов на активных переходах. Если определена подходящая схема, то подсчитывается её стоимость. Эта стоимость сравнивается со стоимостью наилучшей схемы, построенной в ходе оптимизации. Если в ходе текущей итерации получена лучшая архитектура, то она становится наилучшей, иначе отбрасывается. Процесс повторяется заданное количество итераций. Остаток раздела посвящён

детальному рассмотрению трёх компонентов эвристической оптимизации на каждой итерации.

5.1.1 Маршрутизация ценностей

Маршрутизация ценностей представлена следующим алгоритмом нахождения кратчайшего пути. Выбирается случайная ценность и строится вспомогательная сеть для каждого маршрута. Вспомогательная сеть соединяет единственный узел-источник с узлами, где может начинаться подходящий маршрут и конечный узел соединяется с узлами, в которых подходящий маршрут может заканчиваться. Для ценностей, не имеющих заданного интервала ожидания, определяется одиночная вспомогательная сеть, в которой узел-источник соединяется с узлами, определяемыми интервалами ожидания, а конечный узел соединяется с узлами, определяемыми интервалами доставки.

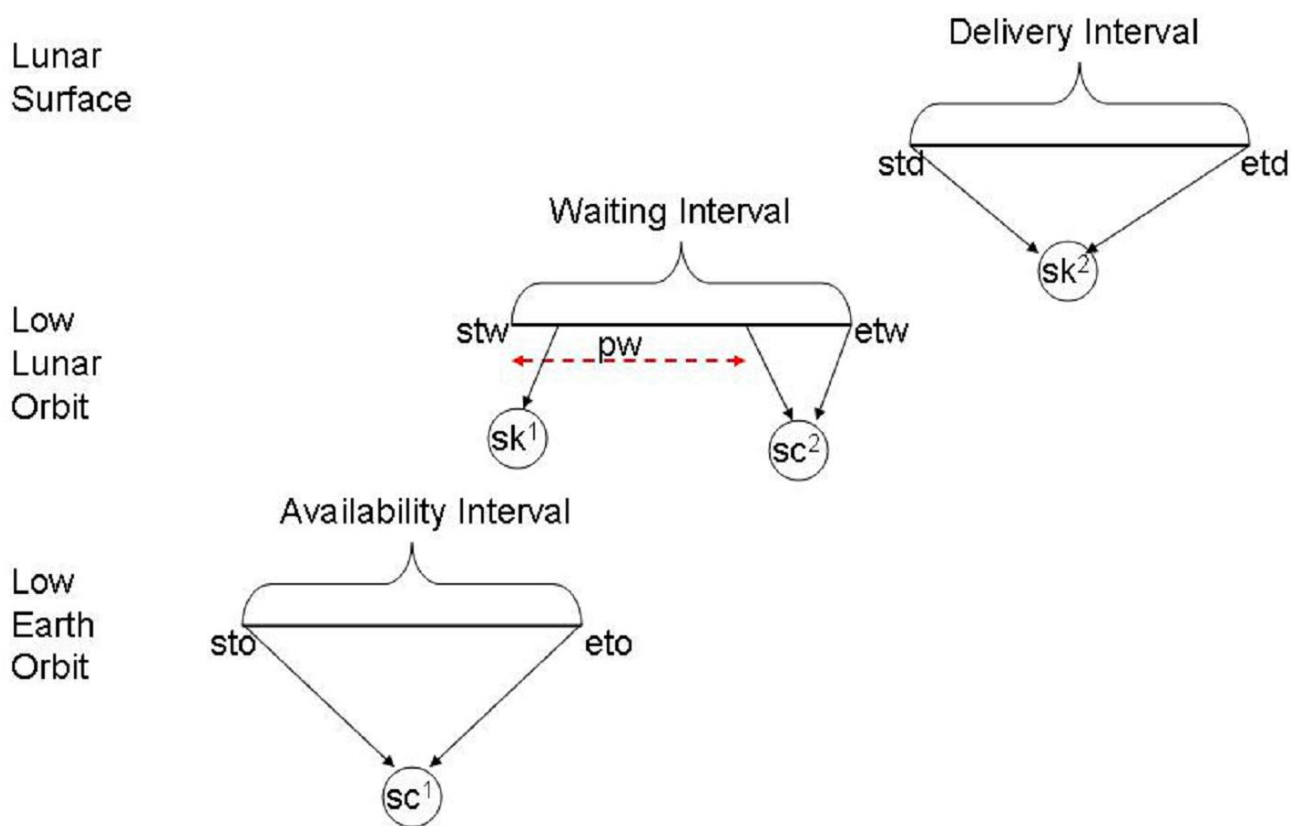


Рисунок 5 – Определение вспомогательной сети для ценности с заданным интервалом ожидания

Для ценности с nw заданными интервалами ожидания создаётся $nw+1$ вспомогательная сеть. Маршрут определяется в обратном порядке во времени при исследовании допустимых маршрутов между nw -м интервалом ожидания и интервалом доставки. Первая вспомогательная сеть, созданная для определения этого участка маршрута, соединяет конечный узел sk^{nw} с интервалом доставки. Узел-источник sc^{nw} соединяется с узлами в nw -м интервале ожидания ($sw^{nw}; t$), где $etw_{nw} - pw_{nw} \leq t \leq etw_{nw}$. Это определение ensures, что определённая часть маршрута будет достижима with respect to the required waiting time period of the specified waiting segment. For each subsequent auxiliary network defined, the sink node connects to the first node in the previously defined path segment and the source node is defined as above. В получившейся конечной вспомогательной сети узел-источник sc^1 соединён со всеми узлами в доступном интервале. На рисунке 5 показан простой пример, чтобы пояснить этот метод.

For each auxiliary network defined, a cost is assigned to every arc. For the first commodity selected, the arc costs represent the ϕV of the arcs. Since decreased ϕV correlates to decreased fuel requirements, a shortest path algorithm is implemented to connect the source node to the sink node at lowest cost, or lowest accumulated ϕV . For the remaining commodities, the arc costs are defined as $\phi V (1 - df)aN$ where df is a specified fraction and aN is the number of times the particular arc has been chosen as an arc in another commodity path. The reduction in cost for previously selected arcs reflects the desire to route commodities on similar paths, where possible.

The shortest path algorithm is run for each auxiliary network of a given commodity until a feasible path is formed between nodes in the availability interval and in the destination interval. This process is then repeated for every commodity until all commodities have been assigned to paths.

5.1.2 Привязка элементов к маршрутам

After the commodity paths are determined, the element to path assignment is performed for commodity carrying elements. However, in order to perform this assignment, some preliminary manipulations are necessary. Since the network has arcs

that only proceed forward in time, the nodes, and therefore arcs, can be arranged based on this order. This order is known as the topological order, and the details can be found in many network modeling books.[6] A topological order of the nodes and arcs is necessary to ensure that all assignments on downstream connected arcs are determined prior to the current arc assignment.

For each arc in the topological order, the following procedure is conducted to ensure that the elements assigned to the arcs for carrying commodities satisfy the mass and volume requirements on each arc. Given an arc in the topological ordering, the total mass and volume of all commodities on that arc is readily computed. To select an element or elements to contain these commodities we first examine forward connecting arcs to determine if a previously assigned element can be reused to contain commodities on the current arc. This process is repeated until both the mass and volume capacity constraints are satisfied or until no existing elements can be utilized.

If additional capacity is required a new element is selected by utilizing a generalized random adaptive search procedure (GRASP). This algorithm utilizes information about the problem structure and intuition about the characteristics of 'good' solutions to aid in the selection of commodity carrying elements. The algorithm proceeds as follows. One of the six score functions shown in Equation 9 is selected uniformly at random, and each element is evaluated against the selected score function. The probability of selecting a given element is defined as the negative exponent of a given element's score (i.e. $\exp_j S_i$) divided by the accumulated probability of every element. This probability distribution favors elements of low cost and high mass capacity. To select a given element, a random number is generated and evaluated against the probability distribution defined above. An element is selected if the random number that has been generated falls into the region in the distribution corresponding to that element. Процесс выбора элементов повторяется до тех пор, пока требования по массе и объёму для заданного перехода удовлетворяются.

Процесс привязки элементов продолжается в обратном топологическом порядке, пока граничные условия по массе и объёму не будут удовлетворяться на каждом переходе. Исходя из этой информации может быть создан маршрут для каждого элемента.

$$\begin{aligned}
S_1 &= \frac{Cost}{CM} & S_2 &= \frac{Cost^2}{CM} \\
S_3 &= Cost & S_4 &= \frac{\overline{Cost}}{CM} \\
S_5 &= \frac{Cost}{CM^2} & S_6 &= \frac{Cost^2}{\overline{CM}}
\end{aligned} \tag{9}$$

5.1.3 Привязка элементов к активным переходам

Итогом эвристической оптимизации является соотнесение элементов и активных переходов. Элемент может быть привязан к импульсу, если запасы РТ элемента удовлетворяют требованиям грузоподъёмности и могут обеспечить требуемую характеристическую скорость ΔV для заданной полной массы в переходе, как это показано в уравнении полёта ракеты [5]. Поскольку маршруты как ценностей, так и неактивных элементов известны, полная масса для каждого перехода также известна.

Расположив переходы в топологическом порядке, привязку элементов к активным переходам можно представить следующим образом. Для начала, соединяя переходы, определим, способен ли элемент, уже проводивший импульсы, провести ещё один импульс на присоединяемом переходе.

6 На примере «Аполлона-17»

Чтобы понять такую сложную задачу, полезно будет обратиться к хорошо изученной проблеме. Для демонстрации того, как определяются вышеназванные переменные, был создан простой пример с использованием элементов программы «Аполлон-17». В примере рассматриваются три ценности, которые должны быть доставлены к месту посадки «Аполлона» [на Луне]. Характеристики грузов представлены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1 – Список ценностей и их свойств в примере с «Аполлоном-17»

Тип ценности	Потребность	Начальный	Интервал	Конечный	Интервал	Масса,
--------------	-------------	-----------	----------	----------	----------	--------

		узел	времени начала	узел	времени окончания	кг
Снаряжение	42	LEO	1, 17	Аполлон-17	11, 17	10
Экипаж	2	LEO	1, 17	Тихий океан	11, 17	100
Экипаж	1	LEO	1, 17	Тихий океан	11, 17	100

Примечание – LEO – низкая околоземная орбита

Таблица 2 – Список ценностей и их свойств в примере с «Аполоном-17» (продолжение)

Тип ценности	Объём, м ³	Кол-во переходов ожидания	Узел ожидания	Период ожидания	Интервал ожидания
Снаряжение	0,5	0			
Экипаж	2	1	Аполлон-17	3	7, 13
Экипаж	2	1	Лунная орбита	5	7, 13

Также должны быть указаны свойства элементов, характеризующие их грузоподъёмные и транспортировочные способности. Список элементов приведён в таблице 3.

Таблица 3 – Список элементов и их свойств в примере с «Аполлоном-17»

Тип элемента	Масса РТ, кг	I_{sp} (сек)	Масса конструкции, кг	Ёмкость по массе	Ёмкость по объёму	Доступное количество	Стоимость (млн.)
Сатурн 5, 1-я ступень	2 150 999	304	135 218	0	0	4	692
Сатурн 5, 2-я ступень	451 730	421	39 048	0	0	4	307
Сатурн 5, 3-я ступень	106 600	421	13 300	0	0	4	151
SLA	0	0	1837	0	0	4	0,9
Командный (служебный) модуль	0	0	5806	100	1	4	148
Служебный (агрегатный) модуль	18 413	314	6110	0	0	4	118
Посадочная ступень лунного модуля	8156	311	1984	500	5	4	57
Взлётная ступень лунного модуля	2358	311	2189	100	1	4	79

На рисунке 6 показано решение данной задачи. Видно, что все три ценности отправляются с низкой орбиты (LEO) одновременно. По прибытии на лунную орбиту [одна из ценностей] ассоциируется с двумя членами экипажа, которые

отправляются на поверхность и остаются там в течение трёх дней. Ещё две ценности находятся на лунной орбите до момента, когда на 11 день исследовательское оборудование доставляется на поверхность. Оставшийся член экипажа ожидает на орбите воссоединения с двумя другими членами экипажа для возвращения на Землю.

Обратите внимание, что на рисунке 6 экипаж путешествует в посадочной ступени лунного модуля. Это допускается, поскольку ступень имеет достаточную грузоподъёмность, чтобы взять двух человек.

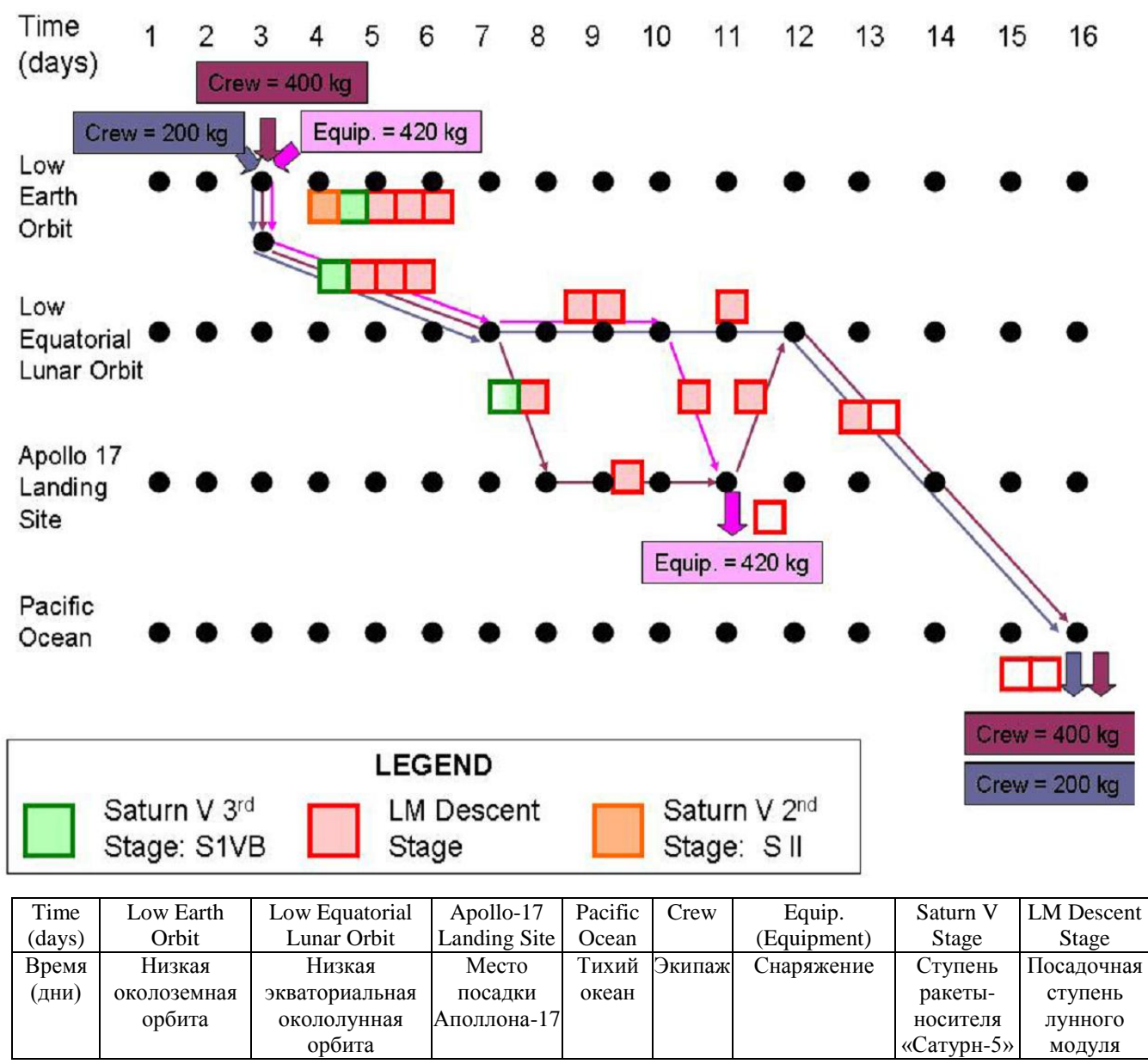


Рисунок 6 – Аполлон-17 в качестве примера

Такие допущения как допустимость привязки элементов к ценностям не обрабатываются инструментарием оптимизатора космической сети и являются проблемой привязки ценности к элементу. В ситуациях вроде этой требуется после-оптимизационный анализ для выбора подходящего элемента для транспортировки экипажа, если ожидаются подобные ограничения.

Это решение не только допустимо, но и демонстрирует архитектуру, накладывающую ограничения на маршруты ценностей. Если интервал доставки исследовательского оборудования возрастает, оптимизатор может выбрать совместную доставку на поверхность экипажа и снаряжения. Однако увеличение интервала ожидания двух ценностей, соответствующих экипажу, не будет оптимальным решением, поскольку желательно обеспечить возвращение на Землю обеих ценностей вместе.

7 Заключение

Чтобы проводить регулярные космические исследования, межпланетная логистика должна прорабатываться на этапах планирования миссий. Исследования, проведённые в рамках наземной логистики и исследований операций предоставляют широкий выбор средств моделирования и приближенных решений, которые могут быть расширены для использования в межпланетной логистике. В настоящей статье исследуются требования, необходимые для формулирования задач межпланетной логистики и расширения инструментов моделирования, традиционно используемых в наземной логистике, с целью увязать воедино все астродинамические отношения в рамках космического полёта.

Используя развёрнутую во времени сеть в качестве инструмента для принятия решений, [мы] создали комплексную математическую модель, учитывающую фундаментальные ограничения космического перелёта. Из-за сложности моделирования и размерности задачи потребовалось разработать эвристический алгоритм исследования пространства проектирования и поиска хорошего решения сложной задачи. Чтобы пояснить модель и подтвердить её

адекватность, была проведена демонстрация этой методологии на примере программы типа «Аполлон».

Продолжение работ по этой методологии подразумевает повышение адекватности модели для более точного учёта требований космического перелёта. В частности, включение в расчёт фактора увеличения и уменьшения ценностей характеризует зависимость от изменения количества ценностей в процессе продвижения по маршруту транспортировки. Введение факторов увеличения и уменьшения создаёт баланс между предварительной оценкой потребности в ценностях и дополнительной массой ценностей, требующейся для удовлетворения заданных потребностей. Ещё одним способом повышения точности решения может быть применение вместо представленной методологии оптимизации более устойчивого к изменению начальных условий оптимизатора, например, CPLEX. Наконец, пространство модели может быть расширено за счёт введения реактивных элементов с малой тягой, что потребует определить соответствующие маршруты в сети.

Литература

1. President George W. Bush. A renewed spirit of discover space exploration. Speech given on January 14, 2004.
2. David Simchi-Levi, Julien Bramel, and Xin Chen. The Logic of Logistics: Theory, Algorithms, and Applications for Logistics and Supply Chain Management. Springer, 2005.
3. Lee Yang and Richard Kornfeld. Examination of the hub-and-spoke network: A case example using overnight package delivery. In 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA, 2003.
4. L. Chan, A. Muriel, and D. Simchi-Levi. Uncapacitated production/distribution planning problems with piece-wise linear concave costs. October 2002.
5. Richard H. Battin. An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics, Revised Edition. AIAA Education Series, 1999.

6. Ravindra Ahuja, Thomas Magnanti, and James Orlin. Network Flows: Theory, Algorithms and Applications. Prentice Hall, 1993.

От переводчика

Поскольку я не очень хорошо знаю английский, и у меня перманентные проблемы с терминологией вообще и англоязычными неологизмами в частности, то я немного упрощаю себе жизнь. Например, словом «ценность» я обозначаю всё, что авторы называют *commodity*, *supplies* или *goods*, однако в зависимости от контекста могу вдаваться в конкретику или использовать слова «груз», «ресурс»; слово *arc* я трактую как «связь» (применительно к графу) или «переход» (если речь идёт о физическом перемещении), хотя иногда звучит странно («переход ожидания», например). Наконец, мне не очень нравится использовать слово «миссия» (*mission*) так часто, как это имеет место в оригинале, поэтому пришлось внести в текст некоторое разнообразие («программа», «космическая программа»). Также в оригинальном тексте широко используется слово «архитектура», в переводе иногда заменяемое на слово «схема».

В оригинальном тексте также был термин «push-pull boundary», прямого перевода которого я не нашёл. Термин пришёл из области политических технологий и означает формирование границ областей распределения избирателей на основе опросов. В настоящей работе, по всей видимости, речь идёт о предварительном распределении планируемых к поставке материальных ресурсов по заявкам потребителей.